

**2016 年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数学**

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、设集合 $A = \{x \mid |x-1| < 1\}$ ， $B = \{x \mid 2^x < 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

(A) $\{x \mid 0 < x < 1\}$ (B) $\{x \mid 0 < x < 2\}$ (C) $\{x \mid x < 2\}$ (D) \emptyset

2、若 $0 \leq \alpha < 2\pi$ ，且 $2\sin \alpha \leq 1$ ，则 α 的取值范围是 ()

(A) $[0, 2\pi)$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}, 2\pi\right)$

(C) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ (D) $\left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, 2\pi\right)$

3、平面向量 $\vec{a} = (x, 3)$ 与 $\vec{b} = (2, y)$ 平行的充分必要条件是 ()

(A) $x = 0, y = 0$ (B) $x = -3, y = -2$ (C) $xy = 6$ (D) $xy = -6$

4、复数 $\frac{(1-2i)^2}{(2+i)^2}$ 的模为 ()

(A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) 5

5、等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都为正数，记 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n ，若 $S_3 = 1$ ， $S_5 - S_2 = 4$ ，则 $a_1 =$ ()

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{3}$

6、函数 $y = \log_2 \frac{1}{x-1} (x \in (1, +\infty))$ 的反函数是 ()

(A) $y = 2^{-x} + 1 (x \in R)$ (B) $y = -2^{x-1} + 1 (x \in (1, +\infty))$

(C) $y = 2^{1-x} (x \in R)$ (D) $y = 2^{\frac{1}{x-1}} + 1 (x \in R, x \neq 1)$

7、设直线 $y = 2x - 4$ 与双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线平行，则 C 的离心率为 ()

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) 3 (D) 5

- 8、若函数 $y = a^x (x \in [-1, 1])$ 的最大值与最小值之和为 3, 则 $a^2 + a^{-2} =$ ()
(A) 9 (B) 7 (C) 6 (D) 5
- 9、从 1, 2, 3, 4, 5, 6 中任取出 3 个不同的数相加, 则不同的结果共有 ()
(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 10 种 (D) 15 种
- 10、正四棱锥的各棱长均为 1, 则它的体积为 ()
(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (D) $\frac{1}{6}$
- 11、抛物线 $y^2 = \frac{1}{4}(x-1)$ 的准线方程为 ()
(A) $x=0$ (B) $x = \frac{15}{16}$ (C) $x=1$ (D) $x = \frac{17}{16}$
- 12、曲线 $y = 1 + \frac{1}{1-x}$ 的对称轴方程是 ()
(A) $y = -x$ 与 $y = x + 2$ (B) $y = x$ 与 $y = -x - 2$
(C) $y = -x$ 与 $y = x - 2$ (D) $y = x$ 与 $y = -x + 2$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分。

- 13、定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 为周期函数, 其周期为 8, 当 $x \in [-4, 0]$, $f(x) = x + 1$, 则 $f(25) =$ _____
- 14、若 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ _____
- 15、在空间直角坐标系中, 若直线 $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{c}$ 与平面 $x - 2y + z = 5$ 平行, 则 $c =$ _____
- 16、设函数 $f(x) = (ax + b)^4 (b > a > 0)$, 若 $f(1) = 16f(-1)$, 则 $\frac{a}{b} =$ _____
- 17、多项式 $p(x)$ 除以 $x-1$ 的余式为 1, $p(x)$ 除以 $x+1$ 的余式为 3, 则 $p(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的余式为 _____
- 18、已知 $B-AC-D$ 为直二面角, $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle ADC$, 且 $AB = BC$, 则异面直线 AB 与 CD 所成角的大小为 _____

三、解答题：本大题共4小题，每小题15分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

19、已知平面向量 $\alpha = (\sqrt{2} \sin x, 1)$ ， $\beta = (1, \sqrt{2} \cos x)$

(1) 当 $\alpha \perp \beta$ 时，求 $|\alpha - \beta|$ ； (2) 求 $|\alpha + \beta|$ 的最大值

20、已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$ ，

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 记 $b_n = \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和

21、某同学进行投篮训练，已知该同学每次投篮命中的概率都为 $\frac{3}{4}$ ，且各次投篮是否命中相互独立，

(1) 求该同学在3次投篮中至少命中2次的概率；

(2) 该同学在10次投篮中恰好命中 k 次 ($k = 0, 1, 2, \dots, 10$) 的概率记为 P_k ， k 为何值时， P_k 最大？

22、过椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 右焦点 F 的直线 l 交 C 于两点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，且 A 不在 x 轴上，

(1) 求 $|y_1 y_2|$ 的最大值；

(2) 若 $\frac{|AF|}{|FB|} = \frac{1}{4}$ ，求直线 l 的方程